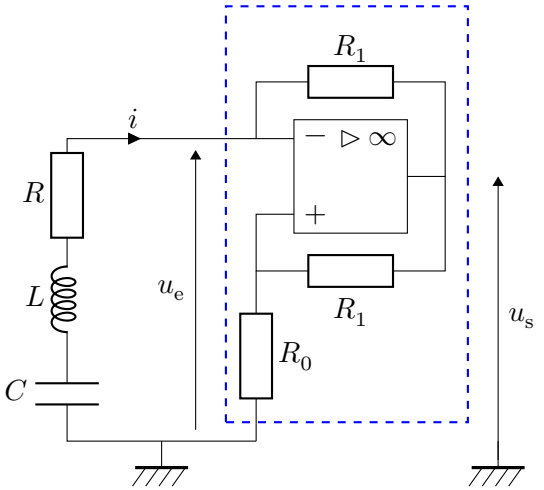
Électronique – Chapitre 3

Oscillateurs – TD

Exercice 1 : Oscillateur à résistance négative

Afin de compenser les pertes par effet Joule dans un circuit, il est possible de réaliser un dipôle à « résistance négative » avec un montage à ALI.
On caractérise dans un premier temps ce dipôle, encadré sur le circuit ci-contre. On suppose l'ALI idéal et fonctionnant en régime linéaire.



1. Exprimer la tension u_e en fonction de i pour ce dipôle, puis en déduire qu'il est équivalent à une résistance de valeur R_N que l'on exprimera.

On considère maintenant le circuit dans son ensemble.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$.

3. Quelle valeur de R_0 permet d'obtenir des oscillations sinusoïdales pour l'intensité ?

4. Comment évolue l'intensité si la résistance R_0 est inférieure ou supérieure à cette valeur ?

Correction :

1. Comme l'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire, on a : $v_+ = v_- = u_e$ et $i_+ = i_- = 0$.
Le pont diviseur de tension donne : $v_+ = \dfrac{R_0}{R_0 + R_1}\, u_s$, avec $u_e - u_s = R_1\, i$ d'après la loi d'Ohm, soit : $u_e = \dfrac{R_0}{R_0 + R_1}\,(u_e - R_1\, i)$, d'où : $(R_0 + R_1)\, u_e = R_0\,(u_e - R_1\, i)$, et on en déduit : $u_e = -R_0\, i$.
Ce dipôle est donc équivalent à une résistance de valeur $R_N = -R_0$.

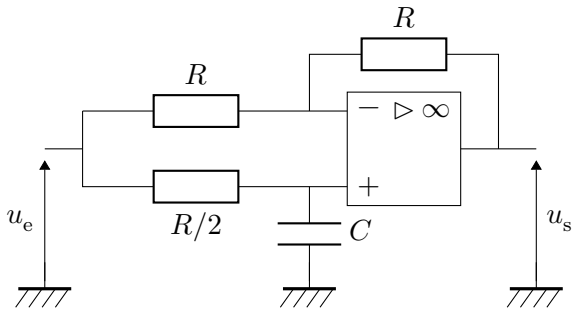
2. La loi des mailles donne : $u_C + u_L + u_R + u_{R_N} = 0$, avec $u_C = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t)\,\mathrm{d}t$, $u_L = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, $u_R = R\, i$ et $u_{R_N} = R_N\, i$, soit : $\dfrac{1}{C}\displaystyle\int i(t)\,\mathrm{d}t + L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R\, i + R_N\, i = 0$, d'où en dérivant : $\dfrac{1}{C}\, i(t) + L\,\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + R\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + R_N\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.
On obtient l'équation différentielle vérifiée par l'intensité : $\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{1}{L}\,(R - R_0)\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{L\,C}\, i(t) = 0$.

3. On obtient des oscillations sinusoïdales si l'intensité vérifie l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, il faut alors que le terme d'ordre 1 s'annule, d'où : $R_0 = R$.

4. Si $R_0 < R$, l'amplitude des oscillations de l'intensité diminue jusqu'à s'annuler.
Si $R_0 > R$, l'amplitude des oscillations de l'intensité augmente jusqu'à saturation de l'ALI, les oscillations ne sont alors plus sinusoïdales.

Exercice 2 : Oscillations avec trois ALI

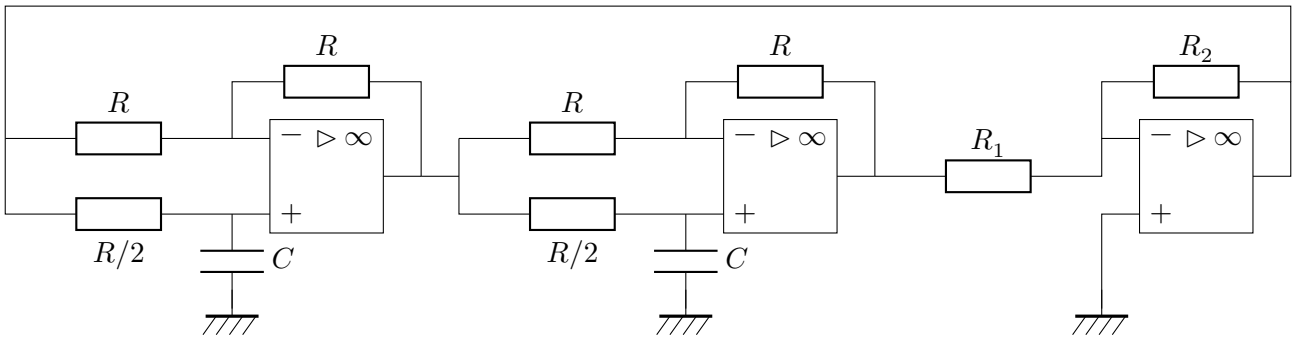
On considère le montage ci-dessous, où on suppose que l'ALI est idéal.



1. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ de ce montage.

2. Déterminer la fonction de ce montage en étudiant son gain et son déphasage.

On considère par la suite le montage ci-dessous, où on suppose que les ALI sont idéaux.



3. Déterminer la relation entre les résistances R_1 et R_2 permettant d'obtenir un oscillateur.

4. En déduire l'expression de la fréquence de ces oscillations.

Correction :

1. Comme la rétroaction est sur l'entrée inverseuse, l'ALI fonctionne en régime linéaire.
Pour la branche supérieure, comme $i_- = 0$, la loi des nœuds appliquée à l'entrée $-$ donne en représentation complexe : $\dfrac{\underline{u}_e - \underline{v}_-}{R} = \dfrac{\underline{v}_- - \underline{u}_s}{R}$, d'où : $\underline{v}_- = \dfrac{\underline{u}_e + \underline{u}_s}{2}$.
Pour la branche inférieure, comme $i_+ = 0$, le pont diviseur de tension donne en représentation complexe : $\underline{v}_+ = \dfrac{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}{\frac{R}{2} + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}\,\underline{u}_e = \dfrac{\underline{u}_e}{1 + \frac{\mathrm{j}RC\omega}{2}}$.
Comme l'ALI est idéal, on a : $\underline{v}_+ = \underline{v}_-$, soit : $\dfrac{\underline{u}_e + \underline{u}_s}{2} = \dfrac{\underline{u}_e}{1 + \frac{\mathrm{j}RC\omega}{2}}$, d'où : $\underline{H} = \dfrac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \dfrac{1 - \frac{\mathrm{j}RC\omega}{2}}{1 + \frac{\mathrm{j}RC\omega}{2}}$.

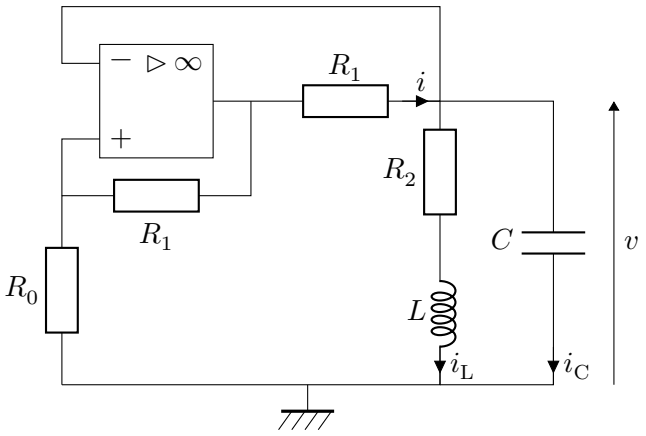
2. Son gain s'exprime : $G = |\underline{H}| = \dfrac{\sqrt{1 + \frac{R^2C^2\omega^2}{4}}}{\sqrt{1 + \frac{R^2C^2\omega^2}{4}}} = 1$.
Son déphasage s'exprime : $\varphi = \arg(\underline{H}) = \arctan\left(-\dfrac{RC\omega}{2}\right) - \arctan\left(\dfrac{RC\omega}{2}\right) = -2\arctan\left(\dfrac{RC\omega}{2}\right)$.
Il s'agit donc d'un montage déphaseur pur.

3. Cet oscillateur est constitué de la succession en série de deux fois le montage précédent et d'un amplificateur inverseur de gain $G' = -\dfrac{R_2}{R_1}$. Comme l'impédance de sortie de chaque ALI est nulle, la fonction de transfert de l'oscillateur est égale au produit : $\underline{H}_{tot} = \underline{H}\,\underline{H}\,G'$. Les tensions oscillent de façon sinusoïdale à la pulsation ω_0 si le critère de Barkhausen est respecté : $\underline{H}_{tot}(\omega_0) = 1$, ce qui donne en module : $|\underline{H}|^2 \left|-\dfrac{R_2}{R_1}\right| = 1$, d'où la relation : $R_1 = R_2$.

4. Le critère de Barkhausen donne en argument : $2\varphi + \pi = 0$, soit : $-4\arctan\left(\dfrac{RC\omega_0}{2}\right) + \pi = 0$, d'où : $\dfrac{RC\omega_0}{2} = 1$, et on en déduit la fréquence de ces oscillations : $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{\pi RC}$.

Exercice 3 : Oscillateur RLC avec ALI

On considère le montage ci-dessous où on suppose que l'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire, avec $R_0 > R_2$.



1. Montrer que l'intensité $i(t)$ peut s'exprimer :

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_0}.$$

2. Établir une équation différentielle vérifiée par la tension $v(t)$.

3. Déterminer la valeur de R_0 permettant d'obtenir des oscillations sinusoïdales de $v(t)$.

4. En déduire la fréquence de ces oscillations sinusoïdales.

Correction :

1. Comme l'ALI est idéal et fonctionne en régime linéaire, on a : $v_+ = v_- = v$ et $i_+ = i_- = 0$.

Le pont diviseur de tension à l'entrée + donne : $v_+ = \dfrac{R_0}{R_0 + R_1}\, v_\mathrm{s}$, d'où : $v_\mathrm{s} = \dfrac{R_0 + R_1}{R_0}\, v_+ = \left(1 + \dfrac{R_1}{R_0}\right) v$.

La tension aux bornes de la résistance en sortie de l'ALI s'exprime : $v_\mathrm{s} - v = R_1\, i$, soit : $\left(1 + \dfrac{R_1}{R_0}\right) v - v = R_1\, i$, d'où finalement : $i(t) = \dfrac{v(t)}{R_0}$.

2. L'application de la loi des mailles pour la branche contenant la bobine donne : $v = R_2\, i_\mathrm{L} + L\, \dfrac{\mathrm{d}i_\mathrm{L}}{\mathrm{d}t}$, avec $i_\mathrm{L} = i - i_\mathrm{C} = \dfrac{v}{R_0} - C\, \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ d'après la loi des nœuds, d'où : $v = \dfrac{R_2}{R_0}\, v - R_2\, C\, \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{L}{R_0}\, \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - L\, C\, \dfrac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}t^2}$.

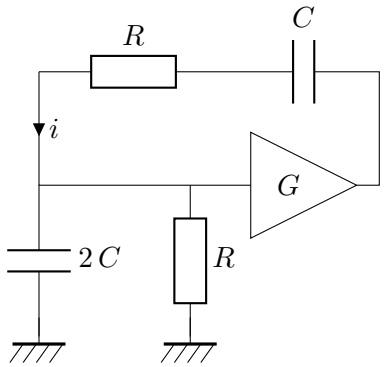
On obtient alors l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}t^2} + \left(\dfrac{R_2}{L} - \dfrac{1}{C\, R_0}\right) \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{L\, C} \left(1 - \dfrac{R_2}{R_0}\right) v(t) = 0$.

3. Comme $R_0 > R_2$, on a : $\left(1 - \dfrac{R_2}{R_0}\right) > 0$, et on retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique qui produit des oscillations sinusoïdales si : $\left(\dfrac{R_2}{L} - \dfrac{1}{C\, R_0}\right) = 0$, d'où : $R_0 = \dfrac{L}{C\, R_2}$.

4. La pulsation propre des oscillations est : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{L\, C} \left(1 - \dfrac{R_2}{R_0}\right)}$, d'où la fréquence : $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\,\pi} = \dfrac{1}{2\,\pi} \sqrt{\dfrac{1}{L\, C} \left(1 - \dfrac{R_2}{R_0}\right)}$.

Exercice 4 : Oscillateur en courant

On considère le montage ci-dessous, où le bloc triangulaire est un amplificateur de tension de gain G dont l'impédance d'entrée est infinie et l'impédance de sortie est nulle.



1. Quelle est la valeur du courant entrant dans l'amplificateur ?

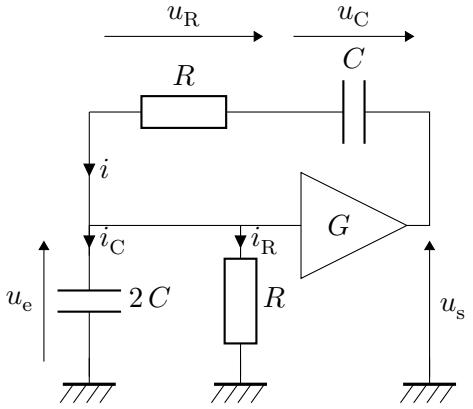
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i.

3. Donner la condition sur le gain G permettant d'obtenir des oscillations sinusoïdales pour l'intensité i, puis préciser la pulsation de ces oscillations.

Correction :

1. Le courant entrant dans l'amplificateur est nul puisque son impédance d'entrée est infinie.

2. On utilise les notations suivantes :



Comme le courant entrant dans l'amplificateur est nul, la loi des nœuds donne : $i = i_C + i_R = 2\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_e}{R}$.

La loi des mailles donne : $u_s = u_C + u_R + u_e$, soit : $G\,u_e = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\,\mathrm{d}t + R\,i + u_e$, d'où : $u_e = \dfrac{1}{G-1}\left(\dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\,\mathrm{d}t + R\,i\right)$.

En remplaçant dans la loi des nœuds, on obtient : $i = \dfrac{2\,C}{G-1}\left(\dfrac{i}{C} + R\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right) + \dfrac{1}{R\,(G-1)}\left(\dfrac{1}{C}\displaystyle\int i\,\mathrm{d}t + R\,i\right)$, d'où : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{4-G}{2\,R\,C}\,i + \dfrac{1}{2\,R^2\,C^2}\displaystyle\int i\,\mathrm{d}t = 0$.

En dérivant, on obtient finalement l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{4-G}{2\,R\,C}\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{2\,R^2\,C^2}\,i(t) = 0$.

3. On obtient des oscillations sinusoïdales si l'intensité vérifie l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, il faut alors que le terme d'ordre 1 s'annule, d'où un gain : $G = 4$.

La pulsation des oscillations est telle que : $\omega_0^2 = \dfrac{1}{2\,R^2\,C^2}$, d'où : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,R\,C}$.